अंकगणितीय व्यंजक

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

» सरल अंकगणितीय व्यंजक क्या हैं?

प्रश्न 1 (आसान). व्यंजक '8 + 4' का मान क्या होगा?

उत्तर – 12

प्रश्न 2 (आसान). अगर तुम्हारे पास 10 रुपये थे और तुम्हें 5 रुपये और मिल गए, तो तुम्हारे पास कितने रुपये हुए? इसे एक व्यंजक के रूप में लिखो।

उत्तर – 10 + 5

प्रश्न 3 (मध्यम). व्यंजक '18 ÷ 3' का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 6

प्रश्न 4 (कठिन). एक दुकानदार ने सुबह 25 चॉकलेट बेचीं और शाम को 12 चॉकलेट बेचीं। कुल कितनी चॉकलेट बेचीं? इसे व्यंजक के रूप में लिखकर मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – व्यंजक: 25 + 12, मान: 37

» व्यंजकों की तुलना करना

प्रश्न 5 (आसान). कौन-सा व्यंजक बड़ा है? '8 + 5' या '10 + 2'?

उत्तर – 8 + 5 > 10 + 2

प्रश्न 6 (आसान). सही चिह्न लगाओ: '20 - 5 ____ 3 × 6'

उत्तर – 20 - 5 < 3 × 6

प्रश्न 7 (मध्यम). सही चिह्न लगाओ: '4 × 8 ____ 50 - 18'

उत्तर – 4 × 8 = 50 - 18

प्रश्न 8 (कठिन). कौन-सा व्यंजक सबसे छोटा है? '25 ÷ 5', '10 - 3', या '2 + 4'?

उत्तर – 25 ÷ 5

» जटिल व्यंजकों का मान निकालना और कोष्ठक का महत्व

प्रश्न 9 (आसान). 6 + (2 × 3) का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 12

प्रश्न 10 (आसान). (15 - 5) - 2 का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 8

प्रश्न 11 (मध्यम). 8 × (4 + 3) का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 56

प्रश्न 12 (कठिन). 100 - (20 + 5 × 4) का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 60

» व्यंजकों में पदों को समझना

प्रश्न 13 (आसान). व्यंजक 10 + 3 में पदों की पहचान कीजिए।
उत्तर – 10, 3

प्रश्न 14 (आसान). व्यंजक 8 - 5 में पदों की पहचान कीजिए।
उत्तर – 8, -5

प्रश्न 15 (मध्यम). व्यंजक 15 + 4 - 6 में पदों की पहचान कीजिए।
उत्तर – 15, 4, -6

प्रश्न 16 (कठिन). व्यंजक 20 - 7 × 2 + 10 में पदों की पहचान कीजिए।
उत्तर – 20, -7 × 2, 10

» पदों की अदला-बदली और समूहीकरण (क्रमविनिमेयता और साहचर्यता)

प्रश्न 17 (आसान). क्या 9 + 4 = 4 + 9 होता है?
उत्तर – हाँ

प्रश्न 18 (आसान). क्या 7 × 3 = 3 × 7 होता है?
उत्तर – हाँ

प्रश्न 19 (मध्यम). क्या (6 + 2) + 5 और 6 + (2 + 5) का मान समान है? हाँ या नहीं?
उत्तर – हाँ

प्रश्न 20 (कठिन). अगर a, b, c कोई भी संख्याएँ हैं, तो क्या a - (b - c) हमेशा (a - b) - c के बराबर होगा? उदाहरण देकर समझाओ।
उत्तर – नहीं। उदाहरण के लिए, a=10, b=5, c=2. a - (b - c) = 10 - (5 - 2) = 10 - 3 = 7. जबकि (a - b) - c = (10 - 5) - 2 = 5 - 2 = 3. दोनों समान नहीं हैं। यह दर्शाता है कि साहचर्यता का नियम घटाव पर लागू नहीं होता।

» कोष्ठकों को हटाना - जब ऋणात्मक चिह्न सामने हो

प्रश्न 21 (आसान). 20 - (10 + 5) को हल करें।
उत्तर – 5

प्रश्न 22 (आसान). 50 - (20 - 10) को हल करें।
उत्तर – 40

प्रश्न 23 (मध्यम). 100 - (45 + 15 - 5) को हल करें।
उत्तर – 45

प्रश्न 24 (कठिन). 120 - (50 - (20 + 10)) को हल करें।
उत्तर – 100

» कोष्ठकों को हटाना - जब धनात्मक चिह्न सामने हो

प्रश्न 25 (आसान). 8 + (5 + 2) को सरल करें।
उत्तर – 15

प्रश्न 26 (आसान). 10 + (6 - 4) को सरल करें।
उत्तर – 12

प्रश्न 27 (मध्यम). 15 - (7 + 3) + (6 + 2) को सरल करें। (यहाँ पहले वाले ब्रैकेट में 'minus' का नियम लगेगा)
उत्तर – 13

प्रश्न 28 (कठिन). एक दुकानदार के पास 'x' टॉफियां थीं। उसने 'y' टॉफियां और खरीदीं और उन्हें एक पैकेट में रखा। फिर उसने 'z' टॉफियां बेच दीं। कुल टॉफियों को व्यक्त करने वाला व्यंजक लिखिए और कोष्ठक हटाकर सरल कीजिए।
उत्तर – व्यंजक: x + (y - z) सरल करने पर: x + y - z

» पदों में परिवर्तन का व्यंजक के मान पर प्रभाव (I)

प्रश्न 29 (आसान). व्यंजक '20 + 5' का मान ज्ञात करें। यदि '5' को '7' में बदला जाए, तो नए व्यंजक का मान क्या होगा?
उत्तर – पहले व्यंजक का मान 25 है। नए व्यंजक का मान 27 होगा।

प्रश्न 30 (आसान). व्यंजक '15 - 3' का मान ज्ञात करें। यदि '3' को '1' में बदला जाए, तो नए व्यंजक का मान क्या होगा?
उत्तर – पहले व्यंजक का मान 12 है। नए व्यंजक का मान 14 होगा।

प्रश्न 31 (मध्यम). व्यंजक '50 - 10 + 2' का मान ज्ञात करें। यदि '10' को '15' में बदला जाए, तो नए व्यंजक का मान क्या होगा और कुल मान पर क्या प्रभाव पड़ेगा?
उत्तर – पहले व्यंजक का मान 42 है। नए व्यंजक का मान 37 होगा। कुल मान 5 से घट जाएगा।

प्रश्न 32 (कठिन). व्यंजक '75 + (10 - 4)' का मान ज्ञात करें। यदि '4' को '7' में बदला जाए, तो नए व्यंजक का मान क्या होगा और कुल मान पर क्या प्रभाव पड़ेगा?
उत्तर – पहले व्यंजक का मान 81 है। '4' को '7' में बदलने पर व्यंजक '(10 - 7)' बन जाएगा, जिसका मान 3 होगा। तो नया व्यंजक '75 + 3' होगा, जिसका मान 78 है। कुल मान 3 से घट जाएगा।

» कोष्ठकों को हटाना - गुणन का वितरण गुण

प्रश्न 33 (आसान). 6 × (5 + 3)
उत्तर – 48

प्रश्न 34 (आसान). 9 × (7 - 2)
उत्तर – 45

प्रश्न 35 (मध्यम). 12 × (8 + 4)
उत्तर – 144

प्रश्न 36 (कठिन). 50 × (100 - 1)
उत्तर – 4950

» पदों में परिवर्तन का व्यंजक के मान पर प्रभाव (II) - वितरण का उपयोग

प्रश्न 37 (आसान). 99 × 8
उत्तर – 792

प्रश्न 38 (आसान). 102 × 7
उत्तर – 714

प्रश्न 39 (मध्यम). 48 × 25
उत्तर – 1200

प्रश्न 40 (कठिन). 95 × 8
उत्तर – 760

हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

उदाहरण 1. एक किसान के पास 50 गायें थीं। उसने 15 गायें बेच दीं। अब उसके पास कितनी गायें बचीं? इसके लिए एक अंकगणितीय व्यंजक लिखिए और उसका मान ज्ञात कीजिए।

› पहला कदम: हमें समस्या में दी गई संख्याओं को पहचानना है। यहाँ संख्याएँ हैं 50 और 15।

› दूसरा कदम: हमें यह देखना है कि कौन सी गणितीय संक्रिया का इस्तेमाल होगा। 'बेच दीं' मतलब गायें कम हो गईं, तो हम घटाने का चिन्ह (-) इस्तेमाल करेंगे।

› तीसरा कदम: संख्याओं और चिन्ह का उपयोग करके व्यंजक बनाना है। तो व्यंजक होगा '50 - 15'।

› चौथा कदम: इस व्यंजक का मान ज्ञात करना है। 50 में से 15 घटाने पर हमें 35 मिलता है।

उत्तर – व्यंजक है 50 - 15 और इसका मान 35 है। किसान के पास अब 35 गायें बची हैं।

उदाहरण 2. कौन-सा व्यंजक बड़ा है? '15 - 3' या '2 × 7'?

› पहला व्यंजक '15 - 3' लेते हैं। इसका मान निकालते हैं: 15 - 3 = 12।

› अब दूसरा व्यंजक '2 × 7' लेते हैं। इसका मान निकालते हैं: 2 × 7 = 14।

› अब दोनों मानों की तुलना करते हैं: 12 और 14।

› हमें पता है कि 14, 12 से बड़ा है।

उत्तर – तो हम लिखेंगे: '15 - 3 < 2 × 7'।

उदाहरण 3. व्यंजक 20 + (10 - 5) × 2 का मान ज्ञात कीजिए।

› पहला कदम: हमें कोष्ठक के अंदर के व्यंजक (10 - 5) को हल करना होगा।

› 10 - 5 = 5

› दूसरा कदम: अब कोष्ठक हल हो गया है, तो व्यंजक बन गया 20 + 5 × 2।

› तीसरा कदम: अब हमें 'गुणा' (multiplication) पहले करना है, क्योंकि यह 'जोड़' (addition) से पहले आता है (जब कोष्ठक न हो)।

› 5 × 2 = 10

› चौथा कदम: अंत में, बचे हुए 'जोड़' को हल करें।

› 20 + 10 = 30

उत्तर – तो व्यंजक 20 + (10 - 5) × 2 का मान 30 है।

उदाहरण 4. व्यंजक 7 - 2 + 5 × 3 में पदों की पहचान कीजिए।

› पहला कदम: हमें व्यंजक को 'जोड़' के रूप में लिखना है। जहाँ 'minus' का निशान है, वहाँ 'negative number' के साथ 'plus' का निशान लगाएंगे।

› तो, 7 - 2 + 5 × 3 बन जाएगा 7 + (-2) + 5 × 3।

› दूसरा कदम: अब हम उन हिस्सों को देखेंगे जो '+' के निशान से अलग हो रहे हैं।

› पहला हिस्सा '7' है।

› दूसरा हिस्सा '-2' है।

› तीसरा हिस्सा '5 × 3' है। ध्यान दो, '5 × 3' एक साथ एक ही पद है क्योंकि इसके अंदर '+' का निशान नहीं है।

› अंतिम कदम: सभी पदों को सूचीबद्ध करें।

उत्तर – इस व्यंजक में पद हैं: 7, -2, और 5 × 3।

उदाहरण 5. जाँच कीजिए कि क्या 12 + (8 + 5) और (12 + 8) + 5 का मान समान है।

› पहले 12 + (8 + 5) को हल करते हैं। 'Associativity' के नियम के हिसाब से, हमें पहले 'bracket' के अंदर वाले हिस्से को हल करना होगा, यानी 8 + 5 को।

› 8 + 5 = 13 होता है।

› अब हम 12 + 13 करेंगे, तो हमें 25 मिलेगा।

› अब (12 + 8) + 5 को हल करते हैं। यहाँ भी पहले 'bracket' वाले हिस्से को हल करेंगे, यानी 12 + 8 को।

› 12 + 8 = 20 होता है।

› अब हम 20 + 5 करेंगे, तो हमें 25 मिलेगा।

उत्तर – दोनों व्यंजकों का मान 25 है, यानी 12 + (8 + 5) = (12 + 8) + 5. यह साहचर्यता (Associativity) का गुण दर्शाता है।

उदाहरण 6. व्यंजक 75 - (30 - 15) को हल करें।

› पहला कदम है, कोष्ठक के बाहर 'minus' का चिह्न देखें।

› अब, कोष्ठक के अंदर के हर पद का चिह्न बदलें। '30' जो पहले '+30' था, वह '-30' बन जाएगा। और '-15' जो पहले '-15' था, वह '+15' बन जाएगा।

› तो अब हमारा व्यंजक बन गया: 75 - 30 + 15

› अब इसे सामान्य तरीके से हल करें: 75 - 30 = 45

› फिर 45 + 15 = 60

उत्तर – 60

उदाहरण 7. व्यंजक 7 + (12 + 3) को सरल करें।

› यहाँ कोष्ठक के बाहर 'plus' का चिह्न है।

› अंदर के पदों के चिह्न नहीं बदलेंगे।

› इसलिए, 7 + (12 + 3) = 7 + 12 + 3 हो जाएगा।

› अब इन्हें जोड़ दें: 7 + 12 = 19, और 19 + 3 = 22।

उत्तर – 22

उदाहरण 8. व्यंजक '45 - 12 + 8' का मान ज्ञात करें। फिर '12' को '10' में बदलकर नए व्यंजक का मान ज्ञात करें और बताएं कि कुल मान पर क्या प्रभाव पड़ा।

› पहला व्यंजक है '45 - 12 + 8'।

› सबसे पहले '45 - 12' करो। '45 - 12' होता है 33।

› अब '33 + 8' करो। '33 + 8' होता है 41।

› तो पहले व्यंजक का मान '41' है।

› अब हम '12' को '10' में बदलेंगे। नया व्यंजक होगा '45 - 10 + 8'।

› पहले '45 - 10' करो। '45 - 10' होता है 35।

› अब '35 + 8' करो। '35 + 8' होता है 43।

› तो दूसरे व्यंजक का मान '43' है।

› पहले मान था '41', अब मान है '43'। यानी मान '2' बढ़ गया है। 'The value of the expression increased by 2.'

उत्तर – पहले व्यंजक का मान 41 था। '12' को '10' में बदलने पर व्यंजक का मान 43 हो गया। कुल मान 2 से बढ़ गया।

उदाहरण 9. मान ज्ञात कीजिए: 7 × (10 + 2)

› यहाँ हम 7 को 'bracket' के अंदर के दोनों 'numbers' से 'distribute' करेंगे।

› पहले 7 को 10 से गुणा करेंगे: 7 × 10 = 70

› फिर 7 को 2 से गुणा करेंगे: 7 × 2 = 14

› अब, इन दोनों 'products' को जोड़ देंगे: 70 + 14

› जोड़ करने पर हमें मिलेगा: 84

उत्तर – 84

उदाहरण 10. वितरण गुण का उपयोग करके '104 × 15' का मान ज्ञात कीजिए।

› सबसे पहले, 104 को हम '100 + 4' के रूप में लिखेंगे।

› तो हमारा सवाल बन गया '(100 + 4) × 15'।

› अब वितरण गुण का उपयोग करेंगे: '100 × 15 + 4 × 15'।

› '100 × 15' होता है 1500।

› और '4 × 15' होता है 60।

› अब दोनों को जोड़ देंगे: '1500 + 60'।

› तो उत्तर आएगा 1560।

उत्तर – 1560

बोर्ड परीक्षा के लिए ख़ास

• यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है क्योंकि यह गणित की नींव है। अगर तुम्हें व्यंजक और समीकरण का अंतर साफ समझ आ गया, तो आगे की चीज़ें समझने में बहुत आसानी होगी। छोटे-छोटे व्यंजकों का मान निकालना अक्सर छोटे प्रश्नों में पूछा जाता है।

• यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत ज़रूरी है क्योंकि इससे आपके 'बेसिक कैलकुलेशन' यानी 'basic calculation' और 'नंबर्स के साथ काम करने' की समझ बनती है। हमेशा पहले 'expression' यानी व्यंजक को हल करें, फिर 'compare' यानी तुलना करें।

• यह अवधारणा 'सरलीकरण' (Simplification) के सवालों का आधार है, जो 'बोर्ड एग्जाम्स' में अक्सर आते हैं। कोष्ठक को सही क्रम में हल करना सीखो, पूरे नंबर मिलेंगे।

• बोर्ड एग्ज़ाम में 'पदों की पहचान' करने वाले सवाल अक्सर आते हैं। घटाव वाले पदों को '- संख्या' के रूप में लिखना याद रखना।

• बोर्ड परीक्षा में, इन नियमों पर आधारित 'simplification' के प्रश्न अक्सर आते हैं। एक भी चिह्न की गलती पूरे उत्तर को गलत कर सकती है, इसलिए 'negative sign outside the bracket' वाले सवालों को बहुत सावधानी से हल करें।

• यह बहुत ज़रूरी है कि 'minus sign' और 'positive sign' वाले 'bracket removal rules' को अच्छे से समझ लो, क्योंकि 'arithmetic expressions' में यह गलती होने पर पूरा सवाल गलत हो सकता है। ध्यान से पढ़ना कि कोष्ठक के बाहर कौन सा चिह्न है।

• यह अवधारणा सीधे बड़े प्रश्नों में नहीं आती, लेकिन 'understanding this concept is crucial for solving multi-step problems' जहाँ तुम्हें व्यंजकों को 'simplify' करना पड़ सकता है या किसी 'variable' का मान बदलकर 'effect' देखना पड़ सकता है।

• यह 'property' बोर्ड परीक्षाओं में 'simplify' करने वाले सवालों में बहुत पूछी जाती है, खासकर जब बड़े 'numbers' दिए हों।

• यह विधि बोर्ड एग्ज़ाम में 'simplify' या 'calculate without actual multiplication' वाले सवालों में बहुत काम आती है। इसे अच्छे से अभ्यास करना, पूरे नंबर मिलेंगे!

एक नज़र में रिवीज़न

› अंकगणितीय व्यंजक = संख्या + संक्रिया चिन्ह (+, -, ×, ÷), जिसका एक मान होता है।

› व्यंजकों की तुलना उनके मानों के आधार पर करना।

› कोष्ठक संक्रियाओं का क्रम बताते हैं; हमेशा पहले हल करें।

› व्यंजक के पद '+' से अलग भाग होते हैं; '-' को अगले अंक का 'negative' मानें।

› ऋणात्मक चिह्न बाहर: कोष्ठक के अंदर के सभी पदों के चिह्न बदलेंगे।

› कोष्ठक के बाहर '+' हो तो अंदर चिह्न नहीं बदलते।

› पद बदलने से व्यंजक का मान बदलता है, ध्यान से गणना करें।

› Distribution Property: a(b+c) = ab+ac, a(b-c) = ab-ac

› वितरण गुण से बड़े गुणा (जैसे 97×25) को (100-3)×25 करके आसान बनाना।